Dyskalkulie in der Milchstraße

Klaus Retzlaff

Zusammenfassung[1]: Nein, hier geht es nicht um Daten der Milchstraße, sondern um Daten für eine andere Galaxie. Streng genommen geht es um eine Übungsaufgabe wo die galaktischen Azubis begreifen sollen, dass es in den Galaxien von Dunkler Materie nur so wimmelt. Blöd nur, dass man für dieses Resultat etwas falsch rechnen muss, nämlich wie in einer Kugel. Aus diesem Grund vollziehen wir die Hausaugabe einmal nach und ergänzen diese durch die Anwendung der Modifizierten Newtonschen Dynamik von Mordehai Milgrom (1983).

Vor dem Hintergrund, dass bei den studentischen Hausaufgaben die Studenten dazu angehalten werden, wie in einer kugelsymmetrischen Verteilung die Rotationskurve zu berechnen, obwohl Galaxien bekanntlich Scheiben sind, erweist sich, dass die Milgromsche Dynamik ein ausgezeichnetes Mittel ist, den ansatzbedingten Rechenfehler ziemlich exakt zu korrigieren – vorausgesetzt man rechnet auch bei MOND wie in einer Kugel, statt sich die selbige zu geben, denn sonst liefert MOND einfach zu hohe Werte, aber mit dem falschen Ansatz klappt es prima!

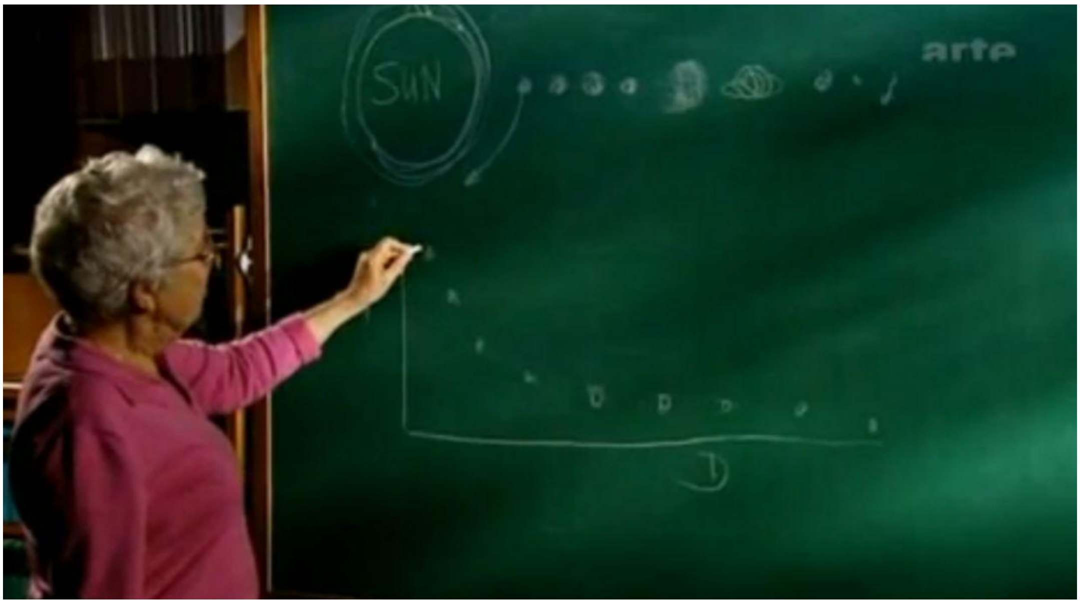
Schon Vera Rubin erläuterte, dass sie vermutet habe, dass die Rotation der Sterne in den Galaxien so ablaufen sollte, wie es die Planeten tun. Und die Planeten beeinflussen sich wenig. Entscheidend für die Planetenbewegung ist vor allem die Masse der Sonne, die den Hauptanteil der Masse unseres Planetensystems liefert. Folglich dreht sich alles um sie

[1] Bildquelle: Aus dem Film, „Die Feuerzangenbowle“, dem bekannten deutschen Spielfilm aus dem Jahre 1944 von Helmut Weiss, nach dem gleichnamigen Roman von Heinrich Spoerl.

und bis auf kleine Abweichungen kann die Rotation der Planeten recht gut mit der Formel für die Kreisbahnbewegung beschrieben werden:

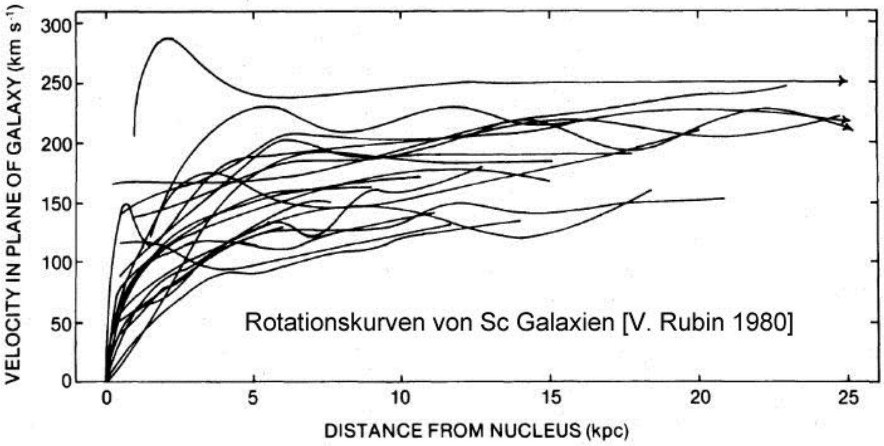
$$V_{Planet} \approx \sqrt{\frac{fM_{Sonne}}{R_{Planet}}}$$

So ungefähr hat sich das auch Vera Rubin überlegt, nur dass man an Stelle der Sonnenmasse eine von der Entfernung zum galaktischen Zentrum abhängige Masse $M(r)$ verwenden müsste.

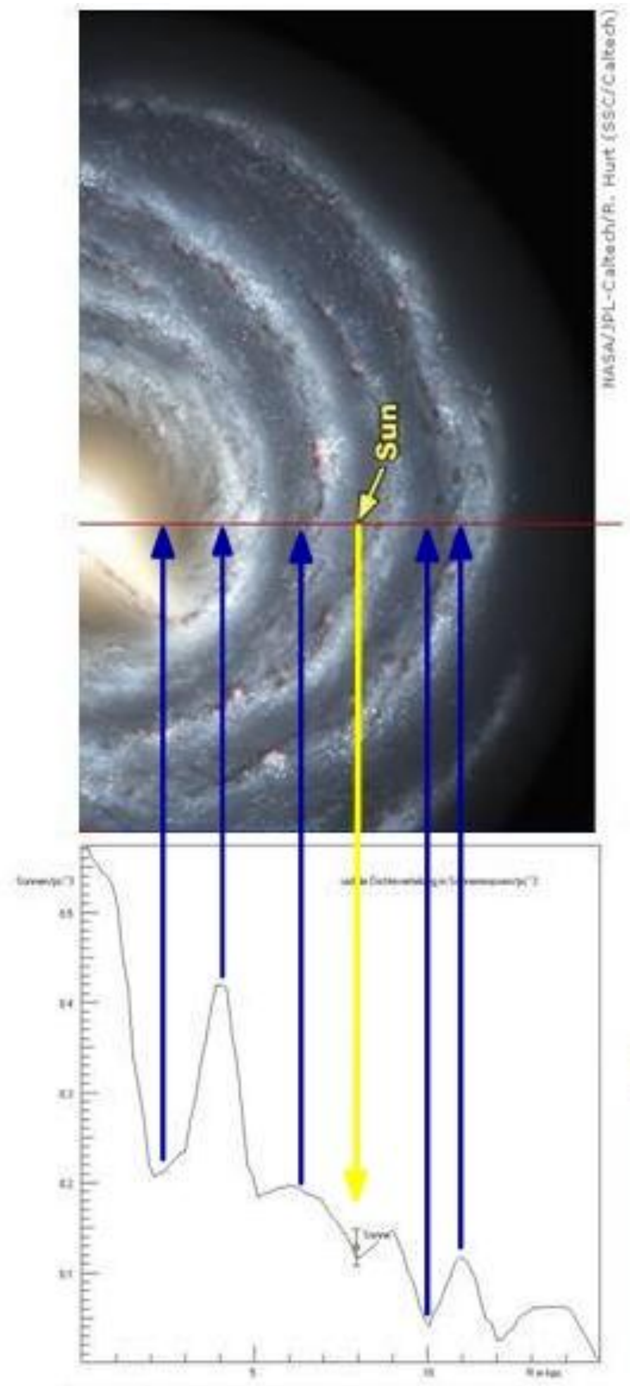


Vera Rubin erläutert am Beispiel des Planetensystems in einer ARTE-Sendung, wie sie sich die galaktische Rotation gedacht hat.

Doch es kam anders als gedacht. Die Rotationskurven vielen einfach nicht wie erwartet ab, sondern sie blieben annähernd konstant.



Gab es etwa Massen, die wir gar nicht sehen können? Oder stimmte etwas mit der Gravitation nicht? Rätsel über Rätsel. Auch zeigten Computersimulationen, dass die Galaxien einfach nicht stabil wären, wenn man nur mit der beobachtbaren Masse rechnet. Was war da los?



Weil mich selbst dieses Rätsel beschäftigte und ich gern mit dem Computer herumspiele, dachte ich mir, ich sollte eine Computersimulation von Rotationskurven rechnen. Allerdings verwendete ich keinen besonderen Ansatz, ich platzierte einfach Massen in einer Scheibe, einen Bulge hatte ich auch, und ich ließ jedes meiner Sternchen jedes andere Sternchen anziehen. Zu meiner Überraschung funktionierte das ganz ohne Dunkle Materie[2]. Die sichtbare Materie reichte völlig aus.

Links in dem Bild sieht man die berechnete Dichteverteilung unserer Milchstraße. Die gemessene Dichte in der Sonnenumgebung wird hervorragend reproduziert und man sieht, dass die Spiralarme in der wissenschaftlich-künstlerischen NASA-Zeichnung mit meiner Dichteverteilung korreliert sind.

Diese Dichteverteilung habe ich dadurch erhalten, dass ich einfach solange die Verteilung verändert habe, bis die gemessene Rotationskurve mit der berechneten übereinstimmte. Und man muss zugeben. Das ist sehr verwunderlich, denn alles funktioniert, wie es sollte. Dabei reden alle von der Evidenz der Dunklen Materie und

[2] Alle Aussagen beziehen sich ausschließlich auf einen Bereich bis 15kpc unserer Milchstraßengalaxie, darüber hinaus erfolgte keine Simulation von mir.

behaupten die Galaxien könnten gar nicht stabil sein. Und das wird den Studenten bewiesen, z.B. mit solchen Rechenaufgaben:

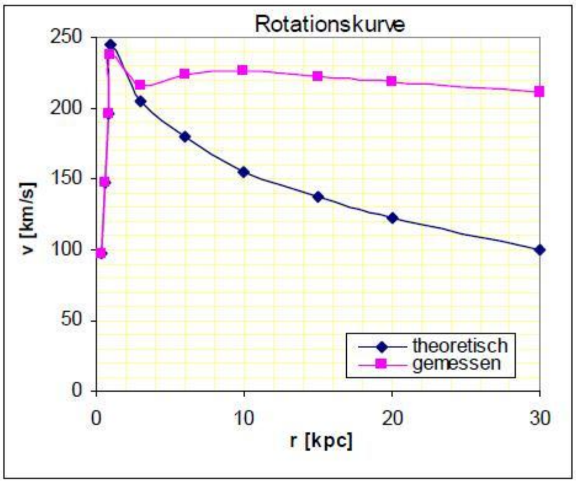
Lösung zur Aufgabe - Rotierende Galaxie

Geg.: Gravitationskonstante $\gamma = 6{,}6726 \cdot 10^{-11}\,kg^{-1}\,m^3\,s^{-2}$
Umrechnung $1\,pc = 3{,}086 \cdot 10^{16}\,m$
Sonnenmasse $M_S = 1{,}9896 \cdot 10^{30}\,kg$

Ges.: theoretische Bahngeschwindigkeiten $v(r)$ der Sterne bei r

Lös.: $v(r) = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M(r)}{r}}$.

r [kpc]	$M(r)$ [kg]	berechnet $v(r)$ [km/s]	gemessen $v(r)$ [km/s]
0,4	$1{,}8 \cdot 10^{39}$	98	98
0,6	$6{,}0 \cdot 10^{39}$	147	147
0,8	$14{,}2 \cdot 10^{39}$	196	196
1	$27{,}8 \cdot 10^{39}$	245	238
3	$58{,}3 \cdot 10^{39}$	205	216
6	$89{,}9 \cdot 10^{39}$	180	224
10	$111{,}1 \cdot 10^{39}$	155	226
15	$132{,}7 \cdot 10^{39}$	138	223
20	$137{,}7 \cdot 10^{39}$	122	219
30	$138{,}7 \cdot 10^{39}$	100	211



Dann erhalten sie auch noch den folgenden Hinweis[3]:

> **„Hinweis:** Für die Bewegung eines Körpers auf einer Kreisbahn ist nur die Masse eines Kugelvolumens innerhalb der Umlaufbahn maßgebend."

Nun haben andere sich gefragt, ob es denn richtig ist, solche gar nicht beobachtbare Materie einzuführen. Mordehai Milgrom hat 1983 eine **Mo**difizierte **N**ewtonsche **D**ynamik vorgeschlagen – **MOND** genannt. Er machte darauf aufmerksam, dass für sehr kleine Beschleunigungen die Newtonsche Gravitationstheorie gar nicht geprüft sei. Er vermutete daher, dass eine Abweichung vom Newtonschen Trägheitsgesetz bei kleinen Beschleunigungen, wie sie in weitem Abstand vom galaktischen Zentrum vorkommen, verantwortlich ist. Die erste nicht relativistische Fassung ist rein phänomenologischer Natur mit einer neuen Naturkonstante:

[3] Das ist physikalisch falsch und gilt nur in einer kugelsymmetrischen Massenverteilung. Wenn ich an verschiedenen Stellen von einer kugelsymmetrischen Approximation rede, so ist das nur freundlich gemeint. Streng genommen ist es aber keine Approximation, streng genommen ist es voll daneben, in einer Scheibe wie in einer Kugel zu rechnen, das ist nicht einmal approximativ richtig – man sieht ja, was dabei raus kommt!

$a_0 = 1.2 \cdot 10^{-10} \frac{m}{s^2}$. Das ist eine winzig kleine Beschleunigung. Sie ist so klein, dass wir ihre Wirkung in der Alltagsphysik gar nicht spüren würden. In der Ferne des kosmischen Raumes würde sie sich aber deutlich zeigen.
Auf Grund meiner Simulationsergebnisse schwante mir nichts Gutes und ein furchtbarer Verdacht machte sich in meinen Überlegungen breit. Was würde passieren, wenn ich MOND auf dieses studentische Rechenbeispiel anwenden würde? Ich machte also zwei Dinge. Ich schrieb ein kleines Computerprogramm und reproduzierte einerseits die Hausaufgabe der Studenten und ergänzte meine Computerrechnungen durch die Anwendung der Milgromschen Formeln.
Bevor ich also zu den Resultaten komme, hier zunächst der mathematische Hintergrund von MOND.
Statt der Newtonschen Theorie:

$$m \cdot a = \frac{G \cdot M \cdot m}{R^2}$$

wo links die Trägheitskraft und rechts die Gravitationskraft steht, ist bei Milgrom die linke Seite etwas modifiziert:

$$\frac{a}{a + a_0} m \cdot a = \frac{G \cdot M \cdot m}{R^2}$$

Damit man damit rechnen kann, muss man das nach der Beschleunigung umstellen. Der Versuch führt auf eine quadratische Gleichung:

$$a^2 + p \cdot a + q = 0$$

mit

$$p = -\frac{G \cdot M}{R^2}$$

$$q = -\frac{G \cdot M}{R^2} a_0$$

Um nun die Beschleunigung auszurechnen, muss man nur die aus der Schule bekannte Lösungsformel für quadratische Gleichungen benutzten. Das sind natürlich 2 Lösungen, aber nur die eine Lösung ist physikalisch sinnvoll. Wer das nachrechnet, kann sich das selber leicht überlegen. Wir verwenden hier nur die sinnvolle Lösung:

$$a = -\frac{p}{2} + \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$$

Diese Formel kommt in jeder Prüfung zum Realschulabschluss vor. Es sollte daher für keinen ein Problem sein, mit dieser Mathematik umzugehen und fundamentale Physik zu betreiben.
Nun muss man noch in sein Tafelwerk schauen, dann findet man, dass die Kreisbahngeschwindigkeit mit der Beschleunigung über die Beziehung:

$$a = \frac{V^2}{R}$$

zusammenhängt. Wenn man also die Beschleunigung berechnet hat, dann kann man die Bahngeschwindigkeit (das ist die Rotationsgeschwindigkeit) einfach ausrechnen:

$$V = \sqrt{a \cdot R}$$

In meinem Computerprogramm sieht das dann so aus:

```
procedure Berechnung;
var i:integer;
begin
meineListe:=TStringlist.create;
MeineListe.Add('R        V (Kugel-Approx)     V (Milgrom)');
for i:=1 to 10 Do
begin
v[i]:=sqrt(G*M[i]/r[i]);
p:=0.5*G*M[i]/(r[i]*r[i]);
q:=G*M[i]*a0/(r[i]*r[i]);
vMilgrom[i]:=sqrt(r[i]*(p+sqrt(p*p+q)));
str(r[i]/kpc:4:2,rs);
str(v[i]/1000:4:2,vs);
str(vMilgrom[i]/1000:4:2,vMilgroms);
MeineListe.add(rs+'     '+vs+'     '+vMilgroms);
end;
form1.Memo1.Lines:=MeineListe;
end;
```

Das sollte also jeder nachrechnen können, wer sich ein wenig anstrengen möchte. Was sind die Ergebnisse? Die sehen so aus:

Dyskalkulie in der Milchstraße

Klaus Retzlaff

R in kpc	V in km/s kugelsymmetrische Approximation	V in km/s berechnet nach MOND Milgroms modifizierte Newtonsche Dynamik	gemessen Geschwindigkeiten in km/s
0.40	98.67	105.08	98
0.60	147.09	153.84	147
0.80	195.96	202.89	196
1.00	245.24	252.27	238
3.00	205.04	226.21	216
6.00	180.04	218.08	224
10.00	155.03	210.19	226
15.00	138.34	208.69	223
20.00	122.05	203.68	219
30.00	100.01	196.75	211

Mein kleines Programm rechnete nicht nur die studentische Hausaufgabe nach, nein, wenn man MOND anwendet, dann erhält man recht gut die gemessene Rotationskurve. Lieder habe ich die Datei nicht mehr, ich weiß nicht, um welche Galaxie es sich handelt.
Ist das eine Bestätigung für MOND als Alternative zur Dunklen Materie? Nein, ganz und gar nicht! MOND hat ja nur den Fehler systematisch ausgeglichen, der durch diese falsche und völlig unangemessene kugelsymmetrische Approximation hervorgerufen wurde!

Wenn das die Leistung von MOND ist, dann muss man sich nicht wundern, dass MOND bei allen Spiralgalaxien so vorzüglich funktioniert, als hätte man tatsächlich ein neues Naturgesetz gefunden. In Wahrheit wurde dyskalkuliert[4].

☺

[4] Dyskalkulie ist eine schulische Entwicklungsstörung im mathematischen Denken, die nicht allein aus einer Intelligenzminderung erklärt werden kann (ICD10, WHO). In der Regel handelt es sich bei den Betroffenen um normal intelligente Menschen. Vielleicht war dann etwas zu viel alkoholische Gärung im Spiel (Feuerzangenbowle) oder etwas Guttenberg-Syndrom[5].

[5] Der Morbus Plagiat ist eine weit verbreitete Erkrankung, die vorwiegend Menschen mit schreibender Tätigkeit befällt. Der im Volksmund oft als “Abkupfern” bezeichnete Morbus Plagiat bleibt häufig unerkannt. Steht die Diagnose, kann es allerdings je nach Dienst- und Schweregrad zu heftigen Komplikationen kommen – man spricht dann vom sogenannten Guttenberg-Syndrom.