# Die Selbstabschirmung der Schwerkraft in der Trägheitsfreien Mechanik

Klaus Retzlaff

***Zusammenfassung:*** *Eine der bemerkenswertesten Eigenschaften der Trägheitsfreien Mechanik ist der Effekt einer Selbstabschirmung der Schwerkraft in Teilchensystemen. Diesen Effekt gibt es weder in der Newtonschen Physik noch in der Einsteinschen Allgemeinen Relativitätstheorie. In der Folge treten in der Newton-Einsteinschen Physik die berühmten Singularitätsprobleme auf, die es in der Trägheitsfreien Mechanik, d.h. bei Gültigkeit des Machschen Prinzips, nicht gibt. Weil in der Trägheitsfreien Mechanik die Trägheit vollständig durch das Gravitationsfeld, d.h. durch das Gravitationspotential, induziert wird, bewirkt eine Zunahme der Massendichte eine Zunahme der Trägheit der Partikel. Die erhöhte Trägheit wirkt der zunehmenden Gravitationsanziehung entgegen und verhindert den Gravitationskollaps. So können in einer Massenansammlung weit höhere Massenkonzentrationen vorliegen als die einzelnen Partikel innerhalb der Verteilung „spüren". Die volle Newtonsche Gravitation wird dann erst außerhalb einer Massenansammlung wirksam. Mathematisch kann dieser Effekt in einer effektiven Gravitationskonstante ausgedrückt werden.*

*Dieser Aufsatz referiert den spezifischen Teil aus „Große Kosmische Systeme" von Hans-Jürgen Treder und Jan-Peter Mücket [1].*

## Die effektive Träge Masse in der Trägheitsfreien Mechanik

Die Lagrange-Funktion, welche das zur Mach – Einstein - Doktrin verschärfte Machsche Prinzip moduliert, ist durch das trägheitsfreie geschwindigkeits-abhängige Riemannsche Potential gegeben:

$$L = f \sum_{A>B} \sum_{B} \frac{m_A m_B}{r_{AB}} (1 + \beta \frac{v_{AB}^2}{c^2}) \qquad (1)$$

In diese Lagrange-Funktion gehen nur die Orts- und Geschwindigkeitsdifferenzen $r_{AB} = r_A - r_B$ und $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$ explizit ein, nicht aber die absoluten Größen. Ein kinetischer Term tritt nicht auf.

Für den kanonischen Impuls

$$\vec{p}_A = \sum_{B \neq A} \frac{\partial}{\partial v_{AB}} L \qquad (2)$$

ergibt sich:

$$\vec{p}_A = m_A \frac{2\beta f}{c^2} \sum_{B \neq A} \vec{v}_{AB} \,. \qquad (3)$$

Mit $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$ erhält man für den Ausdruck:

$$\vec{p}_A = m_A \frac{2\beta f}{c^2} (\sum_{B \neq A} \frac{m_B}{r_{AB}} \vec{v}_A - \sum \frac{m_B}{r_{AB}} \vec{v}_B) \quad (4)$$

Aus (4) läßt sich der kinetische Teilchenimpuls:

$$m_A^* \vec{v}_A = m_A \frac{2\beta f}{c^2} (\sum_{A \neq B} \frac{m_B}{r_{AB}}) \vec{v}_A \qquad (5)$$

ablesen. Damit ergibt sich die effektive träge Masse $m_A^*$ des Partikels A als eine abgeleitete Größe, die sich als Funktion der Newtonschen Gravitationspotentiale $\phi_{AB} = \frac{m_B}{r_{AB}}$ der übrigen Teilchen erweist

$$m_A^* = m_A \frac{2\beta f}{c^2} \sum_{A \neq B} \phi_{AB} \,. \qquad (6)$$

Im Unterschied zur Allgemeinen Relativitätstheorie ist die Trägheit in der Trägheitsfreien Mechanik unter allen Bedingungen streng isotrop. Die Befürchtung, wonach das Machsche Prinzip zu einer Anisotropie der Trägheit führt, erfüllt sich zum Glück nicht.

Auf Grund der Symmetrie der Lagrange-Funktion ist der Gesamtimpuls des Kosmos stets und unter allen Umständen exakt Null:

$$\sum_A \vec{p}_A = 0 \,. \qquad (7)$$

Der Impuls eines Teilchens ist ganz im Sinnen des Machschen Prinzips und der Relativität stets ein Impuls gegenüber dem gesamten Universum.

# Die Selbstabschirmung der Schwerkraft in der Trägheitsfreien Mechanik

Klaus Retzlaff

**Lokale und kosmische Trägheitsinduktion**

Der Kosmos ist als ein N-Teilchensystem gegeben. Dieses N-Teilchensystem zerfällt in eine lokalen und einen kosmischen Anteil:

$$N = N_l + N_k\,. \tag{8}$$

Damit zerlegt sich der kanonische Impuls $\vec{p}_A$ in einen lokalen und einen kosmischen Anteil:

$$\vec{p}_A = \vec{p}_{A,l} + \vec{p}_{A,k}\,. \tag{9}$$

Unter Verwendung der Beziehung (4) findet man:

$$\vec{p}_{A,l} = m_A \frac{2\beta f}{c^2}[(\sum_{B\neq A}^{N_l}\frac{m_B}{r_{AB}})\vec{v}_A - \sum_{B\neq A}^{N_l}\frac{m_B}{r_{AB}}\vec{v}_B] \tag{10}$$

und

$$\vec{p}_{A,k} = m_A \frac{2\beta f}{c^2}[(\sum_{a}^{N_K}\frac{m_a}{r_{Aa}})\vec{v}_A - \sum_{a}^{N_k}\frac{m_B}{r_{Aa}}\vec{v}_a] \tag{11}$$

Der Gesamtimpuls der im Schwerpunkt vereinigt gedachten lokalen Massenansammlung ergibt sich durch Summation über alle Teilchen mit $A \neq B$:

$$\begin{aligned}\vec{p}_l = {} & \frac{2\beta f}{c^2}\sum_A^{N_l}\sum_B^{N_l}\frac{m_A m_B}{r_{AB}}\vec{v}_{AB} + \\ & + \frac{2\beta f}{c^2}\sum_A^{N_l}\sum_a^{N_k}\frac{m_A m_a}{r_{Aa}}\vec{v}_A - \\ & - \frac{2\beta f}{c^2}\sum_A^{N_l}\sum_a^{N_k}\frac{m_A m_a}{r_{Aa}}\vec{v}_a\end{aligned} \tag{12}$$

Aus Symmetriegründen verschwindet der 1. Term und es folgt daher:

$$\begin{aligned}\vec{p}_l = {} & \frac{2\beta f}{c^2}\sum_A^{N_l}\sum_a^{N_k}\frac{m_A m_a}{r_{Aa}}\vec{v}_A - \\ & - \frac{2\beta f}{c^2}\sum_A^{N_l}\sum_a^{N_k}\frac{m_A m_a}{r_{Aa}}\vec{v}_a\end{aligned} \tag{13}$$

Wir können nun zu geeigneten Näherungen übergehen. Zunächst können alle Teilchen des Kosmos als ungefähr gleich weit entfernt betrachtet werden, d.h. $r_{Aa} \approx r_a$ und die Teilchenabstände in der lokalen Massenansammlung sind vergleichsweise klein, d.h. $r_{AB} << r_a$.

Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich für (13) auch

$$\vec{p}_l = M^*\dot{\vec{R}} - \frac{2\beta f}{c^2}M\sum_a^{N_k}\frac{m_a}{r_a}\vec{v}_a \tag{14}$$

In (14) ist

$$M^* = \frac{2\beta f}{c^2}M|\phi_k| \tag{15}$$

die kosmisch induzierte träge Masse der Ansammlung. Die Größe

$$M = \sum_A^{N_l} m_A \tag{16}$$

ist die schwere Masse der lokalen Ansammlung und

$$\vec{R} = \sum_A^{N_l}\frac{m_A\vec{r}_A}{M} \tag{17}$$

ist der Schwerpunkt der lokalen Massenansammlung mit der Reschwindigkeit:

$$\dot{\vec{R}} = \sum_A^{N_l}\frac{m_A\dot{\vec{r}}_A}{M}\,. \tag{18}$$

Um die phänomenologisch als Selbstabschirmung der Schwerkraft sich darstellende Eigenart in der Trägheitsfreien Mechanik zu erkennen, müssen wir nun die Summe der trägen Einzelmassen $\widetilde{M}^* = \sum_A^{N_l} m_A^*$ mit der kosmisch induzierten und dynamisch definierten Gesamtmasse der Ansammlung, lt. (13), vergleichen. Unter Verwendung von (6) und den genannten Näherungen für die Abstände ergibt sich:

$$\widetilde{M}^* = M^* + \frac{2\beta f}{c^2}\sum_A^{N_l} m_A \sum_{B\neq A}^{N_l}\frac{m_B}{r_{AB}} \tag{19}$$

Man erkennt sofort $\widetilde{M}^* > M^*$. Die Einzelmassen verhalten sich träger als das System als Ganzes. Weil sich die Physik als das Wechselspiel zwischen Gravitation und Trägheit darstellt, ist hier schon ganz offensichtlich, dass sich innerhalb der Massenansammlung die dynamischen Bedingungen so darstellen, dass sie

# Die Selbstabschirmung der Schwerkraft in der Trägheitsfreien Mechanik

Klaus Retzlaff

die Trägheitsseite in dem Wechselspiel verstärken, was einer verhältnismäßigen Abschwächung der Gravitationswirkung äquivalent ist.

**Die Selbstabschirmung der Schwerkraft und die effektive Gravitationskonstante**

Weil für die Darstellung der Dynamik nur das Verhältnis von Trägheit und Schwere von Bedeutung ist, läßt sich die Wirkung der Trägheitsinduktion auch als Abschwächung der Gravitation verstehen, was dann in einer effektiven Gravitations-konstanten zum Ausdruck kommt. Es sei aber betont, dass sich hierbei nicht die Newtonsche Gravitationskonstante selbst verändert, vielmehr wird für das betrachtete System eine effektive Gravitationskonstante eingeführt.
Die Herleitung einer solchen effektiven Gravitationskonstante erfolgt unter zwei Voraussetzungen:

1. Der Variationsbereich der Koordinaten eines Massenpunktes innerhalb der Ansammlung ist hinreichend klein.
2. Der betrachtete Zeitraum ist hinsichtlich der kosmischen Expansion ebenfalls klein.

Zunächst betrachten wir den kanonischen Impuls $\vec{p}_A$ für einen Partikel und vergleichen diesen Ausdruck mit $\vec{p}_l$, dem Impuls der Ansammlung. Nach etwas Rechnung ergibt sich:

$$\vec{p}_A = m_A \frac{2\beta f}{c^2} |\phi_k| (1 + \frac{1}{|\phi_k|} \sum_{B \neq A}^{N_l} \frac{m_B}{r_{AB}}) \vec{v}_A - \ldots \quad (19)$$

Die durch die Punkte angedeuteten weiteren Terme sind für die Betrachtung nicht relevant, weil es nur auf den kinetischen Anteil also auf den Vorfaktor von $\vec{v}_A$ ankommt – die kinetischen Anteile müssen verglichen werden.
Entsprechend ist für die Ansammlung als Ganzes:

$$\vec{p}_l = \frac{2\beta f}{c^2} \sum_{A}^{N_l} m_A |\phi_k| \vec{v}_A - \ldots \quad (20)$$

Wir haben also 2 Vorfaktoren zu vergleichen:

$\frac{2\beta f}{c^2} m_A |\phi_k|$ aus der Beziehung (20) mit

$\frac{2\beta f}{c^2} m_A |\phi_k| (1 + \frac{1}{|\phi_k|} \sum_{B \neq A}^{N_l} \frac{m_B}{r_{AB}})$ aus der Beziehung (19). Hier werden im Grunde wieder die trägen Massen verglichen. Der Unterschied besteht in dem Faktor: $(1 + \frac{1}{|\phi_k|} \sum_{B \neq A}^{N_l} \frac{m_B}{r_{AB}})$.

Interpretiert man diesen Faktor im Sinne einer Selbstabschirmung der Schwerkraft, so kann eine effektive Gravitationskonstante $f^*$ definiert werden und es gilt:

$$f^* = \frac{f}{1 + \frac{1}{|\phi_k|} \sum_{B \neq A}^{N_l} \frac{m_B}{r_{AB}}} \quad (21)$$

Mit zunehmender Masse der Ansammlung reduziert sich die effektiv von den Partikeln der Ansammlung „gespürte" Gravitation, während jenseits der Ansammlung die volle Newtonsche Gravitation wirksam ist.
Dieser Effekt wäre bei hinreichender Massendichte von Galaxien von messbarer Bedeutung, denn er würde dazu führen, dass die Rotationskurven langsamer abflachen als nach der Newtonschen Gravitationstheorie zu erwarten.

**Quellen**

[1] H.-J. Treder, J.-P. Mücket, Große kosmische System, Akademieverlag Berlin, 1981