Über die Trägheitsfreie Mechanik – der analytischen Fassung des Machschen Prinzips

Klaus Retzlaff

Zusammenfassung: *In diesem Aufsatz wird die analytische Fassung des Machschen Prinzips referiert und ihre Beziehungen zur Newtonschen Gravitationstheorie und Mechanik sowie zur Allgemeinen Relativitätstheorie Einsteins erörtert. Es wird auf den problematischen Umstand Bezug genommen, dass die Einsteinsche Gravitationstheorie im Unterschied zur Trägheitsfreien Mechanik hinsichtlich der allgemeinen Isotropie der Trägheit in Widerspruch zu aktuellen und hoch genauen experimentellen Befunden steht – dieser Umstand war zur Zeit der Entstehung der Trägheitsfreien Mechanik noch unbekannt. Da diese Feststellung eine Problematik für alle metrischen Theorien der Gravitation bedeutet, gewinnt der Blick auf Alternativen zur Allgemeinen Relativitätstheorie eine ganz neue Bedeutung.*

1. Newtonschen Mechanik, Allgemeinen Relativitätstheorie und Trägheitsfreien Mechanik

Die Trägheitsfreie Mechanik gehört zu den wenig bekannten Theorien der Physik. Aus diesem Grunde wird sie hier etwas ausführlicher dargelegt[1].

Dem Machschen Prinzip liegen 3 Erfahrungstatsachen zugrunde:

1. Die Rotation der Erde, bzw. die Rotation jedes anderen Systems, ist durch die Bezugnahem auf den Fixsternhimmel[2] bestimmbar.
2. Die Rotation der Erde ist dynamisch durch die Beobachtung der Präzession des Foucaultschen Pendels bestimmbar.
3. Die mit den beiden physikalisch völlig unabhängigen Methoden bestimmten Winkel-geschwindigkeiten sind exakt gleich.

Ernst Mach sprach die Vermutung aus, dass diese Gleichheit nicht zufällig sei und dass der Fixsternhimmel das Trägheitsverhalten hervorrufe [1].

Die Beobachtungen sind weder in der Newtonschen Mechanik noch in der Einsteinschen Allgemeinen Relativitätstheorie erklärt. In der Newtonschen Mechanik ist die Ursache der Trägheit als eine Folge der Wirkung des absoluten Raumes zu sehen. Das findet seinen unmittelbaren Ausdruck im Trägheitsterm der Lagrange-Funktion eines freien Teilchens:

$$L = T = \frac{1}{2} m\vec{v}^2 = \frac{1}{2} m \eta_{ik}^{(3)} \dot{x}^i \dot{x}^k \qquad (1)$$

geschrieben mit den ortsunabhängigen Komponenten des metrischen Tensors des ebenen dreidimensionalen Raumes[3]. Die Lagrange-Funktion (1) führt auf die Euler-Lagrange-Gleichungen:

$$m\dot{v}_i = m\eta_{ik}^{(3)} \ddot{x}^k = 0$$

bzw.

$$\dot{v}_i = \eta_{ik}^{(3)} \ddot{x}^k = 0\,. \qquad (2)$$

Dass in (2) die Träge Masse die Bewegung nicht bestimmt, verweist auf die Bedeutung der Raumstruktur als Führungsfeld im Sinne von Weyl [3].

[1] Man vergleiche hierzu „Die teleskopischen Prinzipien der Gravodynamik“ (Kapitel II) und „Die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen der Trägheitsfreien Mechanik“ (Kapitel III) in [2] aus denen im Folgenden hauptsächlich zitiert wird. Einen sehr schönen historischen Überblick über die Entwicklungen der physikalischen Vorstellungen beginnend bei Galilei bis Einstein hin zum Machschen Prinzip sowie eine Geometrisierung der Trägheitsferien Mechanik findet man in [4].

[2] Heute würde man den Galaxienhimmel zitieren.

[3] Es gilt hier die Summenkonvention Einsteins für ko- und kontravariante Indizes, das sind hier keine Teilchennummern.

Über die Trägheitsfreie Mechanik – der analytischen Fassung des Machschen Prinzips

Klaus Retzlaff

In der Einsteinschen Allgemeinen Relativitätstheorie lebt, entgegen Einsteins ursprünglicher Hoffnung, Newtons absoluter Raum in modifizierter Form fort. Dieser Tatbestand findet seinen relativistischen Ausdruck in der Bewegungsgleichung[4]:

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{kl}\frac{dx^k}{ds}\frac{dx^l}{ds} = 0 \qquad (3)$$

Diese Gleichung besagt, dass in der Allgemeinen Relativitätstheorie nicht der Raum als physikalisch wirkendes Objekt eliminiert ist, wie es Mach und Einstein ursprünglich vorschwebte, sondern es ist gemäß dem Äquivalenzprinzip von Trägheit und Schwere der Begriff der passiven schweren Masse physikalisch gegenstandslos geworden, indem die Bewegung eines Teilchens in einem Gravitationsfeld auf eine geodätische Bewegung in einer 4-dimensionalen Riemannschen Raum-Zeit-Welt zurückgeführt wird. Die Bewegungsgleichung des freien Teilchens gemäß (3) ist die relativistische Verallgemeinerung von (2). In diesem Sinne hat der 4-dimensionale Raum der Allgemeinen Relativitätstheorie einen absoluten Charakter[5]. Im Grunde genommen ist (3) das allgemein-relativistische Analogon zum 1. Axiom der Newtonschen Mechanik mit dem die spezielle Galilei-Gruppe:

$$x_i' = x_i + v_i^o t \text{ mit } v_i^o = const. \qquad (4)$$

verbunden ist. Die träge Masse m_T erscheint im 2. Newtonschen Axiom:

$$F_i = m_T \eta^{(3)}_{ik}\ddot{x}^k \qquad (5)$$

und parametrisiert die Kopplung eines Teilchens an das Führungsfeld. Auch dazu gibt es das relativistische Analogon:

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{kl}\frac{dx^k}{ds}\frac{dx^l}{ds} = K^i \qquad (6)$$

Eine äußere Kraft bewirkt eine Abweichung von der geodätischen Bewegung. In diesem Sinne ist die Allgemeine Relativitätstheorie Einsteins Newtonisch. Dabei war Einstein ein Kritiker des Newtonschen Raumkonzeptes:

„Es bestehen gegen diese gewohnten Auffassungen des Raumkonzeptes[6] schwerwiegende Bedenken. Erstens widerstrebt es dem wissenschaftlichen Verstand, ein Ding zu setzen (nämlich das zeiträumliche Kontinuum), was zwar wirkt, auf welches aber nicht gewirkt werden kann. ... Zweitens aber weist die klassische Mechanik einen Mangel auf, der direkt dazu auffordert, das Relativitätsprinzip auf relativ zueinander ungleichförmig bewegte Bezugsräume zu beziehen." A. Einstein [5], Seite 58.

Einstein bezeichnete das als allgemeines Relativitätsprinzip. Er sah im Äquivalenzprinzip von Trägheit und Schwere die physikalische Rechtfertigung und im allgemeinen Kovarianzprinzip die mathematische adäquate Formulierung

[4] hier 4-dimensional und mit den Christoffelsymbolen

[5] Historische ist es bemerkenswert, dass der Name „Allgemeine Relativitätstheorie" Einsteins Hoffnung ausdrückt, mit seiner Gravitationstheorie eine Theorie der Relativität der Beschleunigung gefunden zu haben, in der alle Bezugssysteme gleichberechtigt seien. Einstein selbst sah dies durch das Allgemeine Kovarianzprinzip verwirklicht. Fock machte auf dem Einstein-Symposium 1965 in Berlin darauf aufmerksam, dass von einer „Allgemeinen Relativität" jedoch nicht die Rede sein könne, da Relativitäten auf Symmetrien beruhen, diese aber in einem Riemann-Raum ehr eingeschränkt seien und man physikalisch sauber zwischen Bezugssystemen und Koordinatensystemen unterscheiden müsse[6].

[6] ***„tempus absolutum, spatium absolutum"***

dafür. Tatsächlich ist die Allgemeine Relativitätstheorie keine Überwindung des Newtonschen Raumkonzeptes, sondern lediglich[7] eine Modifikation:

1. Ersetzung der Fernwirkung durch Nahwirkung im Sinne einer feldtheoretische Konzeption
2. Ersetzung der Invarianz gegenüber der speziellen Galilei-Gruppe durch die lokale Lorentz-Kovarianz für alle physikalischen Felder, inklusive der Gravitation[8].

Eine Mechanik, in der sich die Trägheit als Folge der Beschleunigung gegenüber den kosmischen Partikeln (Indizes A,B) geltend macht, erfordert, dass nur Relativgrößen physikalisch bedeutsam sein dürfen [7], d.h. relative Orte, relative Geschwindigkeiten und relative Beschleunigungen:

$$x_{AB}^i = x_A^i - x_B^i \tag{7}$$

$$\dot{x}_{AB}^i = \dot{x}_A^i - \dot{x}_B^i \tag{8}$$

$$\ddot{x}_{AB}^i = \ddot{x}_A^i - \ddot{x}_B^i \tag{9}$$

und nicht die absoluten kinematischen Größen[9] $x_A^i, x_B^i, ..., \ddot{x}_A^i, \ddot{x}_B^i$ selbst.

Auf Grund der Homogenität und Isotropie des Raumes sind (7) und (8) in der Newtonschen Mechanik realisiert, nicht jedoch (9), was im 2. Axiom (5) zum Ausdruck kommt. Das ist eine unmittelbare Folge des kinetischen Terms in (1).

Das Machsche Prinzip führt die Trägheit auf die Gravitationswirkung der kosmischen schweren Massen zurück und entsprechend sind Beschleunigungen Relativbeschleunigungen. Gemäß Poincare haben in einer einem dynamischen Relativitätsprinzip genügenden Mechanik ausschließlich die relativen Größen x_{AB}^i, $\dot{x}_{AB}^i$ und $\ddot{x}_{AB}^i$ einzugehen [7], hierzu auch [5] und [4].

Die Modulierung des Machschen Prinzips gelingt durch die Eliminierung des Trägheitsterms aus der Lagrange-Funktion und die Einführung eines geschwindigkeitsabhängigen Riemannschen Potentials[10]:

$$L = \sum_{A>B}^{N} \sum_{B}^{N} f \frac{m_A m_B}{r_{AB}} (1 + \beta \frac{v_{AB}^2}{c^2}) \tag{10}$$

Die Größe β ist eine dimensionslose neue Naturkonstante, sie parametrisiert die Stärke der Trägheitsinduktion. Mit $\beta = \frac{3}{2}$ folgt exakt die Einsteine Periheldrehung als lokaler Effekt der Trägheitsinduktion. Die Vakuumlicht-geschwindigkeit c ist aus formalen Gründen von Treder eingeführt worden, um den Vergleich mit der allgemeinen Relativitätstheorie zu erleichtern, eine andere Bedeutung hat sie nicht.

2. Die Euler-Langrang-Gleichungen der Trägheitsfreien Mechanik

[7] Das muss ja überhaupt kein Mangel sein, wenn das theoretische Konzept der Allgemeinen Relativitätstheorie den dargestellten Gegenstand korrekt abbildet. Das aber ist die Frage. Im Anschluss an die allgemeinen Darlegungen wird gezeigt, wie die Allgemeine Relativitätstheorie den empirisch hoch präzise festgestellten Tatbestand der Isotropie der Trägheit verletzt.

[8] Das führt zusammen mit den Äquivalenzprinzipien und der Forderung, die Feldgleichungen für die Gravitation auf Gleichungen mit Ableitungen 2. Ordnung zu beschränken auf die Einsteinschen Feldgleichungen der Gravitation.

[9] Es wir die Notation aus [4] verwendet, um den Vergleich zu erleichtern, i bezeichnet die Koordinate, A und B das Teilchen.

[10] Theoretisch wäre auch die Einführung eines Weberschen Potentials möglich, das führt jedoch zu einer Anisotropie der Trägen Masse. Im Zusammenhang mit der Geometrisierung und Retardierung der Gravitation verweise ich auf [4], denn bei gleichzeitiger Einführung von Retardierung und Weberschem Potential bleibt die Isotropie der Trägheit erhalten.

Mit der Lagrange-Funktion (10) findet man für die Kraft auf einen Partikel A:

$$\vec{F}_A = \sum_{B\neq A}^{N} \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_{AB}}$$

$$\vec{F}_A = -\sum_{B\neq A}^{N} f\,\frac{m_A m_B}{r_{AB}^3}\vec{r}_{AB}\left(1+\beta\frac{v_{AB}^2}{c^2}\right) \qquad (11)$$

Der kanonische Impuls:

$$\vec{p}_A = \sum_{B\neq A}^{N} \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_{AB}}$$

ist

$$\vec{p}_A = \frac{2\beta f}{c^2} m_A \sum_{B\neq A}^{N} \frac{m_B}{r_{AB}}\vec{v}_{AB} \qquad (12)$$

Dieser kanonische Impuls ist gleich der negativen Summe der kanonischen Impulse aller übrigen Teilchen des Kosmos:

$$\vec{p}_A = -\sum_{B\neq A}^{N} \vec{p}_B \qquad (13)$$

Für die zeitliche Änderung des Impulses (12), d.h. für $\frac{d}{dt}\sum_{B\neq A}^{N}\frac{\partial L}{\partial \vec{v}_{AB}} = \dot{\vec{p}}_A$, folgt:

$$\dot{\vec{p}}_A = \frac{2\beta f}{c^2} m_A \sum_{B\neq A}^{N} \frac{m_B}{r_{AB}}\left(\dot{\vec{v}}_{AB} - \frac{v_{AB}}{r_{ab}}\vec{v}_{AB}\right) \qquad (14)$$

Das ergibt die Euler-Lagrange-Gleichungen:

$$\vec{F}_A - \dot{\vec{p}}_A = 0 \qquad (15)$$

der Trägheitsfreien Mechanik.

3. Kinetischer Impuls und effektive träge Masse

Eine Zerlegung von (12) in die Absolutgeschwindigkeiten ergibt:

$$\vec{p}_A = \frac{2\beta f}{c^2} m_A\left(\sum_{B\neq A}^{N}\frac{m_B}{r_{AB}}\vec{v}_A - \sum_{B\neq A}^{N}\frac{m_B}{r_{AB}}\vec{v}_B\right) \qquad (16)$$

woraus der kinetische Teilchenimpuls:

$$m_A^*\vec{v}_A = \left(\frac{2\beta f}{c^2} m_A \sum_{B\neq A}^{N}\frac{m_B}{r_{AB}}\right)\vec{v}_A \qquad (17)$$

abgelesen werden kann. Die effektive träge Masse des Teilchens A ist damit vollständig durch die Gravitation der übrigen Massen des Kosmos induziert:

$$m_A^* = \frac{2\beta f}{c^2} m_A \sum_{B\neq A}^{N}\frac{m_B}{r_{AB}}$$

bzw.

$$m_A^* = m_A\frac{2\beta}{c^2}\sum_{B\neq A}^{N}\phi_{AB} = m_A\frac{2\beta}{c^2}\phi_A \qquad (18)$$

mit dem Gravitationspotential am Ort A.

Weil die träge Masse allein durch das Gravitationspotential ϕ_A der übrigen kosmischen Massen bestimmt wird, ist die träge Masse entgegen allen Befürchtungen bezüglich des Machschen Prinzips exakt isotrop[11]. Wenn auch nur die kleinste

---

[11] Das ist ein gravierender Unterschied zur Allgemeinen Relativitätstheorie: In nichtinertialen Bezugssystemen, d. h. in allen sich nicht frei im Gravitationsfeld bewegenden Laboratorien, bewirkt nach der allgemeinen Relativitätstheorie eine Anisotropie der räumlichen Komponenten $T^k{}_i$ des Energie-Impuls-Spannungs-Tensors eine Anisotropie der Metrik des dreidimensionalen Raumes; die dreidimensionale Metrik ist dann nicht konform euklidisch. Als Folge hiervon wird in diesen nichtinertialen Bezugssystemen die effektive träge Masse ein Tensor $\propto g_{ik}$. Dreierimpuls und Dreiergeschwindigkeit sind nicht mehr parallel (FOKKER 1917, 1965). Ein auf der Erde ruhendes

Abweichung von der Isotropie der Trägheit experimentell festgestellt würde, dann wäre die Trägheitsfreie Mechanik beruhend auf dem Riemannschen Potential als widerlegt anzusehen[12,13].

4. Die Massebegriffe in Newtons Gravitationstheorie und die Äquivalenzprinzipien in der ART und der Trägheitsfreien Mechanik

In der Newtonschen Mechanik und Gravitationstheorie tritt *die Masse* eines Teilchens in 3 unterschiedlichen Bedeutungen auf: Einmal als der Widerstand, den ein Körper gegen die Änderung seines Bewegungszustandes leistet, d.h. als *träge Masse* m^*, dann in der Eigenschaft eines Teilchens, auf ein Gravitationsfeld zu reagieren, d.h. als *passive Schwere Masse* $\tilde{m}$ und schließlich als Quelle des Gravitationsfeldes, d.h. als die *aktive schwere Masse* m. Als träge Masse erscheint sie im 2. Axiom:

$$\vec{F} = m^* \cdot \ddot{\vec{r}} \qquad (19)$$

Als passive schwere Masse erscheint sie im Ausdruck für die Gravitationskraft:

$$\vec{F}_{Gravitation} = \tilde{m} \cdot \vec{G} \qquad (20)$$

und als aktive schwere Masse bestimmt sie die Feldstärke, d.h. die Stärke des Gravitationsfeldes gemäß Newtons Gravitationsgesetz:

Laboratorium stellt in bezug auf das Gravitationsfeld der Erde ein derartiges nichtinertiales Bezugssystem dar. Der Tensor $T^k{}_i$ besitzt für die Erde einen anisotropen Anteil, der ein Ergebnis der Rotationsbewegung der Erde ist. Dieser anisotrope Teil des Materietensors erzeugt gemäß den Einsteinschen Gleichungen eine Anisotropie-Korrektur $-\gamma_{ik}$ zur dreidimensionalen Metrik, die angenähert durch

$$\gamma_{ik} = -\frac{4fM}{3c^2R}\tilde{V}_i\tilde{V}_k$$

(M = Erdmasse, R = Erdradius) gegeben ist. Hierbei ist $\tilde{V}_i$ die Rotationsgeschwindigkeit der Erde am Äquator. Aus der Anisotropie der Metrik folgt eine Anisotropie der trägen Massen m, die dazu führt, dass die Masse bei einer Bewegung längs eines Breitenkreises um den Betrag

$$\Delta m = \frac{4fM}{3c^4R}\tilde{V}^2 m \approx 2 \cdot 10^{-21} m$$

größer ist als bei einer Bewegung in Nord-Süd-Richtung. Dementsprechend ist das Trägheitsmoment eines rotierenden Systems deformiert, soweit Treder lt. [8].

12 Die Isotropie der Trägheit ist bisher mit extremster Genauigkeit bestätigt. So gaben Brown et al. 2010 eine Grenze von $10^{-32} GeV$ für Protonen und $10^{-33} GeV$ für Neutronen an [26]. Für Elektronen fanden Heckel et al. (2008) eine Grenze von $10^{-31} GeV$ [9]. Vergleicht man diese Werte mit dem Ergebnis von Treder lt. [8], so sieht man die Diskrepanz:

Brown 2010 für Protonen: $\frac{\Delta m}{m} \leq 1.066 \cdot 10^{-32}$

Brown 2010 für Neutronen: $\frac{\Delta m}{m} \leq 1.064 \cdot 10^{-33}$

Heckel 2008 für Elektronen: $\frac{\Delta m}{m} \leq 1.957 \cdot 10^{-28}$

Damit sind die experimentellen Schranken für eine mögliche Anisotropie der Trägheit um 7 bis 12 (!) Größenordnungen kleiner, als eine aus der Allgemeinen Relativitätstheorie folgenden Anisotropie.

13 Es sei auf einen sehr fundierten und gut lesbaren Artikel („Das Problem der Trägheit") von Domenico Giulini aus dem Jahre 2001 verwiesen [10]. Es handelt sich um eine physikgeschichtliche Darstellung der Problematik. Sie ist für das Verständnis sehr gut. Auffällig ist, dass sie 2001(!) immer noch auf dem Stand Ende der 60er Jahre verweilt, wo dem Machschen Prinzip eine Anisotropie der Trägheit zugeschlagen wird. Nach meiner Auffassung hat diese Unkenntnis (sie ist in der Fachwelt allgemein zu beobachten) ihre Ursache in der politischen Teilung der Welt bis 1990. Treder, der Autor der Trägheitsfreien Mechanik, war auch nach der Wende bekennender Kommunist und sogar Gründungsmitglied der SED (Sozialistische Einheitspartei Deutschlands, DDR). Das von ihm geleitete Einsteinlaboratorium ist jedoch in der Folge der Wiedervereinigung der beiden deutschen Staaten abgewickelt worden.
Für das Physikalische ist die politische Position des Autors der Trägheitsfreien Mechanik ohne Belang.

$$\vec{G} = f\,\frac{m}{r^3}\vec{r} \qquad (21)$$

Obwohl die Massen m^*, $\tilde{m}$ und m begrifflich verschieden sind, weil sie ganz unterschiedliche Bedeutungen in der Theorie haben, sind sie doch in der Newtonschen Physik quantitativ gleich:

$$m^* = \tilde{m} = m \qquad (22)$$

Diese Gleichheit der ganz unterschiedlich definierten Massen wird als das starke Äquivalenzprinzip bezeichnet. Für die Gültigkeit des starken Äquivalenzprinzips ist $f = const.$ wichtig.

Im Unterschied zum starken Äquivalenzprinzip verlangt das schwache Äquivalenzprinzip nur:

$$m^* = \tilde{m} \qquad (23)$$

Über Newton hinausgehende Gravitationstheorien führen diese bei Newton in gewisser Weise zufällige Gleichheit auf ein gemeinsames Wesen zurück oder sie modifizieren die Gesetzmäßigkeiten der Gravitation durch eine Verletzung von Äquivalenzprinzipien.
In der Allgemeinen Relativitätstheorie wird der Begriff der passiven schweren Masse auf den Begriff der Trägheit dadurch zurück geführt, dass der absolute euklidische dreidimensionale Raum Newtons mit seiner absoluten Zeit durch ein vierdimensionales gekrümmtes Raumzeitkontinuum ersetzt wird. In der Weise, dass die passive schwere Masse nichts anderes als träge Masse ist, wird das schwache Äquivalentprinzip in der Allgemeinen Relativitätstheorie automatisch erfüllt. Diese Erfüllung des schwachen Äquivalenzprinzips findet ihren mathematischen Ausdruck in der Bewegungsgleichung (3). Das starke Äquivalenzprinzip wird durch Einsteins so genannte minimale Kopplung zwischen Gravitation und Materie erfasst und bedeutet, dass bis auf Grenz- und Anfangsbedingungen die Metrik gemäß der Einsteinschen Feldgleichungen:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = \frac{8\pi f}{c^4} T_{ik} \qquad (24)$$

durch die Materie bestimmt wird.
Zur Diskussion der Äquivalenzprinzipien in der Trägheitsfreien Mechanik ist es sinnvoll, zunächst die jeweiligen Lagrange-Funktionen für ein Teilchen A in einem Gravitationsfeld, welches von einem Teilchen B erzeugt wird, zu vergleichen. In der Newtonschen Physik ist das:

$$L_{Newton} = \frac{1}{2} m_A^* \dot{\vec{r}}_A^{\,2} + \frac{1}{2} m_B^* \dot{\vec{r}}_B^{\,2} + \\ + \tilde{m}_A \frac{f m_B}{|\vec{r}_A - \vec{r}_B|} + \tilde{m}_B \frac{f m_A}{|\vec{r}_A - \vec{r}_B|} \qquad (25)$$

Es ist hier zu sehen, dass in dieser Lagrange-Funktion alle Massearten vertreten sind. Betrachtet man nun in der Trägheitsfreien Mechanik die Lagrange-Funktion für einen Kosmos aus 2 Teilchen, so vereinfacht sich (9) zu:

$$L_{trägheitsfei} = \frac{f m_A m_B}{|\vec{r}_A - \vec{r}_B|} \left(1 + \beta \frac{v_{AB}^2}{c^2}\right) \qquad (26)$$

Eine träge Masse tritt, dem Namen der Theorie gerecht werdend, hier als Fundamentale Größe, d.h. als eine Teilcheneigenschaft, nicht explizit auf. Die Dynamik ist in diesem Sinne alleine durch die aktiven schweren Massen bestimmt. In diesem Sinne ist eine Unterteilung der Äquivalenzprinzipien in schwaches und starkes Äquivalenzprinzip in der Trägheitsfreien Mechanik nicht gegeben, es sei denn, man interpretiert in (18) die Masse m_A als die passive schwere Masse

gegenüber der aktiven schweren Masse m_B. Diese Interpretation ist auf Grund von (18) möglich, wobei dann die passive schwere Masse die Trägheit an die Gravitation koppelt – wenn man so reden möchte. Aber es ist besser zu sagen, dass die Trägheit in der Trägheitsfreien Mechanik eine abgeleitete Größe ist.
Um die Äquivalenz von Trägheit und Schwere zu sichern, muss aber auf Grund der Beziehung (18) die Bedingung:

$$1 = \frac{2\beta f}{c^2} \sum_{B \neq A}^{N} \frac{m_B}{r_{AB}} \qquad (27)$$

erfüllt werden. Diese Bedingung stellt sicher, dass bis auf lokale Effekte die träge Masse m_A^* und die schwere Masse m_A numerisch gleich sind. (27) setzt einen geschlossenen Mach-Einstein-Kosmos voraus. Lokale Effekte der Trägheitsinduktion führen dann mit (18) und der Zerlegung $N = N_{lokal} + N_{Kosmos}$ auf:

$$m_A^* = \frac{2\beta f}{c^2} \left(\sum_{B \neq A}^{N_{lokal}} \frac{m_B}{r_{AB}} + \sum_{B \neq A}^{N_{Kosmos}} \frac{m_B}{r_{AB}} \right) m_A \qquad (28)$$

und wegen $N_{lokal} << N_{Kosmos} \approx N$ mit (27) schließlich auf:

$$m_A^* = m_A^*(r_{Ab}^{lokal}) = m_A \left(1 + \frac{2\beta f}{c^2} \sum_{B \neq A}^{N_{lokal}} \frac{m_B}{r_{AB}}\right) \qquad (29)$$

Die Beziehung (29) beschreibt den lokalen Einfluss der Gravitation auf die Trägheit des Partikels A, vergleiche [4].

Es ist sofort zu sehen, dass mit $\beta = \frac{3}{2}$ im 2. Term der Ausdruck (29) exakt mit dem Einsteinschen Ausdruck für die Trägheitsinduktion aus der Allgemeinen Relativitätstheorie zusammenfällt, wie er in der 1. Post-Newtonschen-Näherung entsteht und woraus bekanntlich der Wert für die Periheldrehung des Planeten Merkur abgeleitet wird.

Quellenliste

[1] E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung. (9.Auflage), Leipzig 1933
[2] H.-J. Treder, J.-P. Mücket, Große kosmische System, Akademie-Verlag Berlin, 1981
[3] H. Weyl, Raum-Zeit-Materie, Springer Verlag Berlin 1921
[4] H.-J. Treder, Über die Prinzipien der Dynamik von Einstein, Hertz, Mach und Poincare´, Akademie-Verlag Berlin 1974
[5] A. Einstein, Grundzüge der Relativitätstheorie, Akademie-Verlag Berlin 1979
[6] V. A. Fock, Die Grundprinzipien der Einsteinschen Gravitationstheorie, Einstein-Symposium 1965, Akademie-Verlag Berlin 1966
[7] H. Poincare´, Wissenschaft und Hypothese, Leipzig 1910
[8] H.-J. Treder, Zur Anisotropie träger Massen in tensoriellen Gravitationstheorien, Annalen der Physik, 29: pages 233–250, 1973 (Article first published online: 13 OCT 2008)
[9] Heckel, B. R.; Adelberger, E. G.; Cramer, C. E.; Cook, T. S.; Schlamminger, S.; Schmidt, U.: Preferred-frame and CP-violation tests with polarized electrons. In: Physical Review D. 78, Nr. 9, 2008, S. 092006.
[10] D. Giulini, Das Problem der Trägheit, Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte, Preprint 190, Freiburg i. Br. (2001)