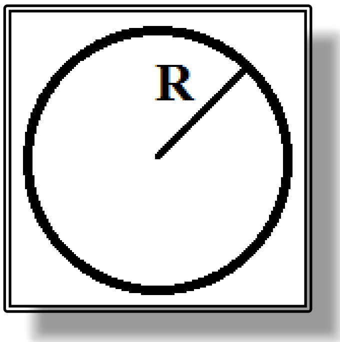
Potential im Zentrum einer Massenkugel konstanter Dichte zur Abschätzung des kosmischen Potentials des sichtbaren Kosmos

Klaus Retzlaff



Zusammenfassung: Es wird die Formel für das Newton´sche Potential im Zentrum einer homogenen Massenkugel hergeleitet. Sie dient der Abschätzung des kosmischen mittleren Newton´schen Gravitationspotentials. Auf dieser Grundlage wird das Potential für jeweils aktuelle Daten kosmischer Beobachtungen berechenbar (Formel) und es wird für die aktuellen Daten der Masse und des Radius des sichtbaren Kosmos zu $\phi_{Kosmos} = -2{,}35 \cdot 10^{16}\,\frac{m^2}{s^2}$ *berechnet.*

Das Potential ist zunächst die Summe der Potentiale der Elemente der Kugel. Das drückt sich als Integral aus

$$\phi = \int d\phi \qquad (1).$$

Das Potential eines Massenelementes ist

$$d\phi = -\gamma \frac{dm}{r} \qquad (2).$$

Das Massenelement ergibt sich als das Produkt

$$dm = \rho \cdot dV \qquad (3).$$

Das Volumenelement ist in Kugelkoordinaten gegeben durch

$$dV = r^2 \cdot \sin(\vartheta) \cdot dr \cdot d\varphi \cdot d\vartheta \qquad (4).$$

Die Beziehungen (2), (3) und (4) überführen das Integral (1) in die konkrete Form:

$$\phi = \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} -\gamma \frac{\rho \cdot r^2 \cdot \sin(\vartheta) dr d\varphi d\vartheta}{r} = -\gamma \cdot \rho \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r \cdot \sin(\vartheta) dr d\varphi d\vartheta \qquad (5).$$

Wir integrieren jetzt schrittweise:

$$\phi = -\gamma \cdot \rho \cdot \int_0^R \int_0^{2\pi} r \cdot \sin(\vartheta) \cdot 2 \cdot \pi \cdot dr \cdot d\varphi = -\gamma \cdot \rho \cdot \int_0^R r \cdot 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot dr =$$

$$= -\gamma \cdot \rho \cdot \frac{R^2}{2} \cdot 4 \cdot \pi = -\gamma \cdot \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot R^2 \qquad (6).$$

Das Gravitationspotential als Funktion der Dichte ist damit

$$\boxed{\phi = -\gamma \cdot 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot R^2} \qquad (7).$$

Potential im Zentrum einer Massenkugel konstanter Dichte zur Abschätzung des kosmischen Potentials des sichtbaren Kosmos

Klaus Retzlaff

Wird die Dichte durch den Quotienten aus Masse und Volumen ersetzt, dann erhalten wir die etwas anders aussehende Formel

$$\phi = -\gamma \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{M}{\frac{4}{3}\pi \cdot R^3} \cdot R^2 \qquad (8).$$

Durch das Kürzen verschiedener Größen folgt dann die gesuchte Gleichung

$$\boxed{\phi = -\gamma \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{M}{R}} \qquad (9).$$

Ohne ganz aktuelle Daten recherchiert zu haben, verwenden wir für die folgende Abschätzung die Daten aus Wikipedia (2017) für die Masse der sichtbaren Materie und den angegebenen Weltradius. Für die Masse der sichtbaren Materie gibt Wikipedia den Wert $\approx 10^{53} kg$ an. Der Weltradius sei mehr als $\approx 45 \cdot 10^9\, Lj$. Ein Lichtjahr hat eine Ausdehnung von $9{,}461 \cdot 10^{15} m$. Der von Wikipedia angegebene Weltradius hat in Meter der Größe $4{,}25745 \cdot 10^{26} m$. Als Gravitationskonstante wird die AGM-Konstante[1] $6{,}677 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ verwendet.

Auf Basis dieser Daten ergibt die Rechnung

$$\phi = -6{,}677 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{10^{53} kg}{4{,}25745 \cdot 10^{26} m} = -2{,}35 \cdot 10^{16} \frac{m^2}{s^2} \qquad (10).$$

Wir unterstreichen das Ergebnis

$$\boxed{\phi_{Kosmos} = -2{,}35 \cdot 10^{16} \frac{m^2}{s^2}} \qquad (11),$$

denn es sei festgestellt, dass diese Zahl in verschiedenen theoretischen Zusammenhängen von einer wichtigen theoretischen Bedeutung ist. Sie ist in der Größenordnung der Hälfte des Quadrats der Lichtgeschwindigkeit

$$\boxed{-\frac{c^2}{2} = -4.4973 \cdot 10^{16} \frac{m^2}{s^2}} \qquad (12).$$

[1] Auf Grund der starken Streuung der gemessenen Werte der Gravitationskonstante hat die Astronomische Gesellschaft Magdeburg die vorliegenden Messungen (bis 2015) kritisch bewertet. Aus dem Bewertungsprozess wird der Wert $6{,}677 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ favorisiert.