Trägheitsvariabilität und Raum-Zeit-Struktur

Klaus Retzlaff

Zusammenfassung: In der Newtonschen Dynamik ist die Träge Masse eines Teilchens eine vom Bezugssystem unabhängige Teilcheneigenschaft. Es gilt ein Erhaltungssatz für die träge Masse. Wird keine Masse hinzugefügt oder entfernt, dann bleibt die träge Masse eines Teilchens unabhängig von Ort, Zeit und Bewegungszustand des Teilchens unverändert erhalten. Zugleich gelten Erhaltungssätze für Energie und Impuls, sie schließen zusammen eine Relativität, bzw. Variabilität der Trägheit aus und das impliziert die Absolutheit des Newtonschen dreidimensionalen Raumes und der Newtonschen absoluten Zeit. Anders ausgedrückt, die Trennung von Raum für sich und Zeit für sich bei Newton kommt in der Unabhängigkeit der beiden Erhaltungssätze für Energie und Impuls zum Ausdruck.

Fordert man die Möglichkeit einer Variabilität der Trägheit, muss die Anzahl der Erhaltungssätze auf einen einzigen Erhaltungssatz reduziert werden. Die mathematische Konstruktion führt erstaunlicherweise direkt auf einen Erhaltungssatz, der aus der speziellen Relativitätstheorie bekannt ist, und der die 4-dimensionale Raum-Zeit-Struktur (Minkowski-Raum) impliziert. Die Forderung der Trägheitsvariabilität führt unmittelbar auf eine neue Naturkonstante, auf eine invariante Geschwindigkeit. Aus Experimenten (Michelson, Morley) sowie der Maxwellschen Elektrodynamik ist bekannt, dass es sich bei dieser Geschwindigkeit um die Vakuumlichtgeschwindigkeit handelt. Trägheitsvariabilität und Raum-Zeit-Struktur sind daher streng miteinander verknüpft, und Theorien über die Trägheit sind stets auch Theorien über die Raum-Zeit. Während Einstein über das Rätsel einer invarianten Vakuumlichtgeschwindigkeit nachdachte und dadurch 1905 die spezielle Relativitätstheorie entdeckte, führt hier das Nachdenken über die Möglichkeit einer Trägheitsvariabilität (im Zusammenhang von Überlegungen zur Trägheitsinduktion auf Basis des Machschen Prinzips) auf die Spezielle Relativitätstheorie. Die Herleitung hier kennzeichnet also einen anderen Zugang zu einem zentralen Fundamte der modernen Physik und ist in Bezug auf die Frage nach den Beziehungen zwischen Machschem Prinzip und relativistischer Physik von heuristischer Bedeutung.

Absoluter Raum und absolute Zeit und die Invarianz der Trägheit in der Newtonschen Dynamik

Bei dem Übergang von einer Umgebung $U(\vec{x},t)$ in eine Umgebung $U^{'}(\vec{x}^{'},t^{'})$ sei der Impuls eines Teilchens eine Erhaltungsgröße:

$$\vec{p} = \vec{p}^{'} \qquad (1),$$

während angenommen sei, dass bei diesem Übergang durch einen hypothetischen Mechanismus (Trägheitsinduktion) eine Abhängigkeit der trägen Masse von der Umgebung (Ort) vorliegt und darum:

$$m \neq m^{'} \qquad (2)$$

gelten soll. Dann ergibt sich für (1):

$$m\vec{v} = m^{'}\vec{v}^{'} \qquad (3).$$

Sei $m < m^{'}$ gesetzt, dann folgt für die Beträge der Geschwindigkeiten elementar:

$$\frac{m}{m^{'}} = \frac{v^{'}}{v} \qquad (4),$$

und das bedeutet: $v^{'} < v$. Das heißt, eine in der Umgebung U‘ beobachtete Bewegung erscheint gegenüber einer gleichen in U beobachteten Bewegung des Teilchens als verlangsamt. Eine solche Bewegung kann die Bewegung eines Uhrzeigers sein. Darum würde der Zeitablauf in der Umgebung U‘, in der die Trägheit höher ist, gegenüber dem in U als verlangsamt erscheinen, weil alle Bewegungen in U‘ im selben Maße verlangsamt ablaufen müssten. Doch wir haben hier bereits $m \neq m^{'}$ vorausgesetzt, während in der Newtonschen Dynamik $m = m^{'}$ gelten muss! In der Newtonschen Dynamik kann es keine Zeitdilatation gegeben, denn gehen wir zugleich auch davon aus, dass neben (1) auch der Energieerhaltungssatz

$$E = E^{'} \qquad (5)$$

gelten soll und verwenden den Ausdruck für die kinetische Energie der Newtonschen Dynamik:

$$E = \int_0^v m\vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{1}{2} mv^2 \qquad (6),$$

aber mit der Masse $m^{'}$, entsprechend:

$$E^{'} = \frac{1}{2} m^{'} v^{'2} \qquad (6),$$

dann folgt:

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m^{'} v^{'2} \qquad (7),$$

und (7) führt in Widerspruch zu (4) auf:

$$\frac{m}{m^{'}} = \frac{v^{'2}}{v^2} \qquad (8).$$

Auch hier wäre die Bewegung für $m^{'} > m$ verlangsamt, aber in einem anderen Maße!

Die Gleichungen (4) und (8) können nur für

$$\frac{v^{'}}{v} = \frac{v^{'2}}{v^2} = 1 \qquad (9)$$

und damit nur für

$$\frac{m}{m^{'}} = 1 \qquad (10)$$

gleichzeitig erfüllt sein, allgemein, d.h. für beliebige v und $v^{'}$, können (4) und (8) nicht gleichzeitig gelten. Bei einer Trägheitsvariabilität wären entweder der Impuls- oder der Energieerhaltungssatz oder beide Erhaltungssätze gleichzeitig gebrochen. Die Newtonsche Dynamik schließt somit eine Trägheitsvariabilität beruhend auf einem Mechanismus der Trägheitsinduktion prinzipiell aus. Eine Variabilität der Zeit- und der Längenmaße (Längenkontraktion, Längenexpansion, bzw. Zeitdilatation, Zeitkompression) sind damit ebenfalls ausgeschlossen.

Reduktion der Erhaltungssätze und Variabilität der Trägheit

Nimmt man an, dass es in der Natur einen Mechanismus der Trägheitsvariabilität geben kann, so müssen die zwei Erhaltungssätze für Energie und Impuls auf einen einzigen Erhaltungssatz reduziert werden. Ein solcher neuer Erhaltungssatz muss entweder das Fundament der Physik erweitern, wenn er sich experimentell bestätigen lässt, oder er muss physikalisch auf unsinnige Aussagen führen. Im letzten Fall wäre eine in der Natur existierende Möglichkeit einer Trägheitsvariabilität widerlegt – dann aber würde die Newtonsche Dynamik unbedingt Allgemeingültigkeit beanspruchen!

Für einen mathematischen Ansatz, der Energie und Impuls in einer einzigen Gleichung zu verknüpfen vermag, bietet sich die additive Form:

$$\alpha E^k + \beta (\vec{p})^n = C \qquad (11)$$

an. Die Größen α und β seien umgebungsunabhängige Faktoren, k und n geeignete Exponenten und C sei eine umgebungsunabhängige konstante Zahl. In dieser Konstruktion wird eine ganze Klasse von möglichen Erhaltungssätzen strukturiert. Wir werden im Folgenden versuchen, mittels einer einfachen Einheitenanalyse (Dimensionsanalyse) eine einfachste Form für einen Erhaltungssatz zu finden.

Die Energie E ist ein Skalar und darum muss $(\vec{p})^n$ ebenfalls ein Skalar sein. Der niedrigste Exponent, in der diese Forderung erfüllt ist, das ist $n=2$, den $n=2$ führt auf das Skalarprodukt: $(\vec{p})^2 = \vec{p}\cdot\vec{p} = p^2$.

Kennzeichnen wir die Dimension der jeweils physikalischen Größe in SI-Einheiten durch eckige Klammern, z.B. $[E] = kg\frac{m^2}{s^2}$ und $[p] = kg\frac{m}{s}$, so finden wir zwei Gleichungen für die Einheiten (Dimensionen):

$$[\alpha][E]^k = [C] \qquad (12)$$

und

$$[\beta][p]^n = [C] \qquad (13),$$

bzw. daraus folgend:

$$[\alpha][E]^k = [\beta][p]^n = [C] \qquad (14).$$

Die Einheit von C ist durch (14) bestimmt. Damit sind nur (12) und (13) für eine geeignete Bestimmung der Koeffizienten α und β sowie für die Wahl der Exponenten k und n entscheidend.

Weil $n=2$ bereits zur niedrigsten sinnvollen Potenz für den Impulsterm führt, und wir wegen (12) und (13) zwei Gleichungen für die Wahl für nur eines Verhältnisses (Beziehung (14)) haben, kann ein Koeffizient, α oder β frei gewählt werden.

Legen wir darum

$$[\alpha] = \alpha = 1 \qquad (15)$$

fest, so ergibt sich aus (14) und mit $n=2$:

$$\frac{[E]^k}{[p]^2} = [\beta] \qquad (16).$$

Durch Einsetzen der physikalischen Einheiten findet man:

$$[\beta] = \frac{kg^k}{kg^2}\frac{m^{2k}}{m^2}\frac{s^2}{s^{2k}} \qquad (17).$$

Da wegen der Invarianzforderung an die mathematische Form (11) der Faktor β unabhängig von der Masse sein soll, müssen sich die Massen-Maße wegkürzen und das bedeutet, dass $k=2$ gewählt werden muss.

Mit dieser Wahl für k ergibt sich:

$$[\beta] = \frac{m^2}{s^2} \qquad (18),$$

d.h., dass diese Konstante das Maß des Quadrates einer Geschwindigkeit haben muss. Die Größe C erhält die Dimension des Quadrates einer Energie und wir können $C = \mathrm{E}^2$ setzen.

Eine solche universelle Größe β ist in der Physik bekannt. Es ist das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit. Nehmen wir also an, dass es sich bei dem Faktor β tatsächlich um das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit c handelt, $\beta = c^2$,dann erhält die Beziehung (11) die Form[1]:

$$E^2 + c^2p^2 = \mathrm{E}^2 \qquad (19)$$

und diese Form kennen wir aus der Speziellen Relativitätstheorie Einsteins, welche auch eine geschwindigkeitsabhängige Variabilität der Trägheit kennt!

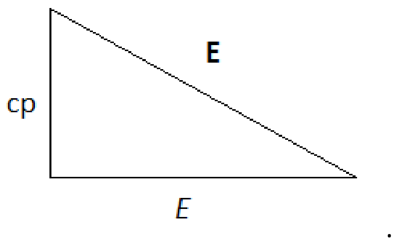
Wird die Form (19) ohne Bezugnahme auf die Spezielle Relativitätstheorie (SRT) betrachtet, so hat (19), wie allerdings in der SRT auch, die Form des Satzes von Pythagoras – bezogen auf die Energiegrößen:

---

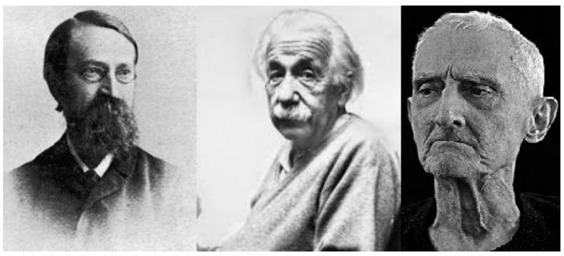
[1] Die 2 möglichen Wurzeln $\mathrm{E} = \pm\sqrt{E^2 + c^2p^2}$ implizieren die Existenz von Antimaterie, wie man aus der relativistischen Quantentheorie seit Dirac weiß. Aus diesem Grunde impliziert die Trägheitsvariabilitätsforderung selbst die Existenz von Antiteilchen.

Trägheitsvariabilität und Raum-Zeit-Struktur

Klaus Retzlaff



Da **E** als die invariante Größe angesehen wird, die Seite cp den mit einer Konstante c multiplizierten Impuls darstellt und *E die kinetische Energie ist,* ergibt sich die Frage nach der Bedeutung der Größe **E** in der Beziehung (19). Offensichtlich wird einerseits **E** durch die beiden Größen cp und *E* aufgespannt. Die Größe p, bzw. cp ist ein dreidimensionaler Vektor im Raum. Auf Grund der Beziehung (19), bzw. wie aus der Zeichnung selber zu sehen ist, stellt die Energie *E* einen auf cp orthogonal stehenden Vektor dar. Aus der klassischen Mechanik ist bekannt, dass der Impulserhaltungssatz die Homogenität des Raumes und der Energieerhaltungssatz die Homogenität der Zeit zum Ausdruck bringt, d.h. der Impuls ist mit dem Raum verknüpft und die Energie ist mit der Zeit verknüpft. Die Orthogonalität von cp und *E* impliziert daher, dass die Zeit selber eine auf dem Raum orthogonal stehende Dimension ist. Aus diesem Grund impliziert bereits die Form (19) ein 4-dimensionales Raum-Zeit-Kontinuum. Das aber bedeutet, dass Trägheitsvariabilität eine Raum-Zeit-Struktur im Sinne einer geometrischen Union voraussetzt. Es ist aber zu beachten, dass diese Schlussfolgerung einen kinetischen Term erfordert. Treder zeigte in seinen Arbeiten zum Machschen Prinzip, konkret in seiner Schrift, „Die Relativität der Trägheit“ (Akademieverlag Berlin, 1971), dass die Lagrange-Funktion seiner Trägheitsfreien Mechanik keinen Trägheitsterm aufweist, bzw. aufweisen muss, um eine sinnvolle Physik zu betreiben. In der Trägheitsfreien Mechanik ergibt sich die Trägheit, bzw. ein Trägheitsterm erst als Wirkung der Gravitation der schweren Massen des Kosmos (Machsches Prinzip), und insofern kann das Ergebnis dieser Untersuchung hier auch als Hinweis aufgefasst werden, dass erst die Trägheitsinduktion gemäß dem Machschen Prinzip eine 4-dimenionale Raum-Zeit-Struktur induziert. In der Trägheitsfreien Mechanik erfolgt das nicht, diese ist allerdings als klassische Mechanik formuliert und darum nicht mit der Speziellen Relativitätstheorie verträglich, bzw. nicht in einer entsprechenden Beziehung zu ihr, so ähnlich wie es mit der Beziehung zwischen Newtonscher Dynamik und Spezieller Relativitätstheorie der Fall ist. Die Newtonsche Mechanik ist allerdings zugleich ein Grenzfall der Speziellen Relativitätstheorie für den Fall $c \to \infty$ und sie ist ein Grenzfall der Trägheitsfreien Mechanik Treders für den Fall unendlicher kosmischer schwerer Massen. Mehr noch, in der Trederschen Trägheitsfreien Mechanik wird c^2 mit dem kosmischen Gravitationspotential identifiziert und das verbindet beide Grenzfälle zu einer Identität, dass diese Identität der Grenzfälle die Vermutung nahelegt, dass die Trägheitsinduktion der kosmischen Gravitation, wenn es sie im Sinne des Machschen Prinzips gibt, die Geometrie der Welt erzeugt. Daraus folgt unmittelbar, dass die Treders Trägheitsfreie Dynamik dahin abzuändern ist, dass die kosmische Gravitation nicht nur den Term für die kinetische Energie erzeugt, sondern die komplette 4-dimensionale Metrik, die durch (19) impliziert wird.



Ernst Mach, Albert Einstein, Hans-Jürgen Treder.